Équations et inéquations

1 Identités Remarquables

Les identités remarquables sont des relations qui permettent très souvent de simplifier des calculs très facilement et qui sont **indispensables** pour un grand nombre de situations.

$$(a+b)^2 =$$
$$(a-b)^2 =$$
$$a^2 - b^2 =$$

2 Équations à une inconnue

Une équation est une égalité contenant un nombre inconnu noté x en général et que l'on appelle l'inconnue. Résoudre l'équation consiste à chercher les valeurs de x qui rendent l'égalité vraie. Ces valeurs sont appelées les solutions de l'équation.

Exemple 1. Résoudre $(4x+1)(x-5) = 3(x-5)$.

Exemple 2. Résoudre $(3x-1)^2 = (x+5)^2$.

Exemple 3. Résoudre $\frac{x-2}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{-3x+1}{x^2-1}$.

Exemple 4. Résoudre $\sqrt{5+x} = x-1$.

3 Inéquations

• Si l'on multiplie ou si l'on divise les deux membres d'une inéquation par un même nombre **STRICTEMENT POSITIF**, alors on conserve le sens de l'inégalité.

Exemple 5. Résoudre $2x - 3 < 0$.

• Si l'on multiplie ou si l'on divise les deux membres d'une inéquation par un même nombre **STRICTEMENT NÉGATIF**, alors on **CHANGE** le sens de l'inégalité.

Exemple 6. $2x - 3 < 0$.

Exemple 7. $0 < 5 - 4x$.

4 Systèmes d'équations linéaires

4.1 Résolution

On appelle système d'équations un ensemble d'équations à plusieurs inconnues. Ce système est dit linéaire si les équations sont du type $ax + by + cz + ... = k$, où $a, b, c, ..., k$ sont des nombres réels. En pratique, un système est un ensemble d'équations qui décrivent une situation concrète et dont la solution apporte une solution à un problème concret.

Exemple 8. Pour effectuer un transport, un camionneur réclame une somme forfaitaire et un montant proportionnel au nombre de kilomètres parcourus.
Un premier transport de 80km a coûté 96€ et un second de 120km est revenu à 114€ .

Lorsqu'on veut résoudre un système, plusieurs choses permettent d'avancer dans les calculs sans changer le problème et donc la solution:

- On peut multiplier une ligne par un nombre réel **NON-NUL**.
- On peut échanger l'ordre des lignes.
- On peut ajouter à une ligne un nombre réel fois une autre ligne.

Exemple 9. $\begin{cases} 2x + y & = 5 \\ x + 3y & = 5 \end{cases}$

Il existe essentiellement deux façons de résoudre des systèmes linéaires.

• La méthode par substitution qui consiste à isoler une inconnue dans l'une des équations puis à remplacer dans toutes les autres équations cette inconnue. On répète ensuite ceci dans une autre équation jusqu'à ce que le système soit résolu.

Exemple 10. Retour sur l'exemple du camionneur

• La méthode par combinaison qui consiste à éliminer des inconnues en faisant des opérations bien choisies sur les lignes du système jusqu'à réussir à obtenir une équation à une seule inconnue.

Exemple 11. Retour sur l'exemple du camionneur (bis)

4.2 Représentation graphique

Les systèmes à deux équation et deux inconnues peuvent aussi s'interpréter graphiquement:

5 Systèmes d'inéquations linéaires

Les systèmes d'inéquations linéaires sont des systèmes d'inéquations où chaque inéquation représente une contrainte donnée dans un problème concret. Le but de la résolution d'un système d'inéquations est de trouver des solutions qui satisfont toutes les contraintes. En général, les solutions de tels systèmes ne sont pas uniques. La façon la plus simple de résoudre de tels système est souvent graphique.

Exemple 12. Une entreprise fabrique deux sortes d'articles P1 et P2 à l'aide de deux machines A et B. Pour fabriquer l'article P1, on utilise la machine A pendant 2h et la machine B pendant 2h. Pour l'article P2, on a besoin d'utiliser la machine A pendant 3h et la machine B pendant 1h. La machine A est disponible 120h par mois et la machine B, 80h. Quelles sont les possibilités de fabrication?